සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved

අධ්‍යාපන, උසස් අධ්‍යාපන සහ වෘත්තීය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
கல்வி, உயர் கல்வி மற்றும் தொழிற் கல்வி அமைச்சு
Ministry of Education, Higher Education and Vocational Education

க.பொ.த. (உ.த) பரிகார மதிப்பீடு – 2026

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 T I

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

மேலதிக வாசிப்பு நேரமானது முழுமையாக வாசித்து முதன்மை அடிப்படையில் வினாக்களைத் தெரிவுசெய்வதற்கு வழங்கப்படுகின்றது.

அறிவுறுத்தல்கள்

- இவ்வினாத்தாள் **பகுதி A** (வினாக்கள் 1 - 10), **பகுதி B** (வினாக்கள் 11 - 17) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.
- **பகுதி A**
  எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- **பகுதி B**
  ஐந்து வினாக்களுக்கு விடை எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் **பகுதி A** ஆனது **பகுதி B** யிற்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் **பகுதி B** மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

(10) இணைந்த கணிதம் I

பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
	மொத்தம்	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		
சதவீதம்		

வினாத்தாள் I	
வினாத்தாள் II	
மொத்தம்	
இறுதிப்புள்ளிகள்	

இறுதிப்புள்ளிகள்

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

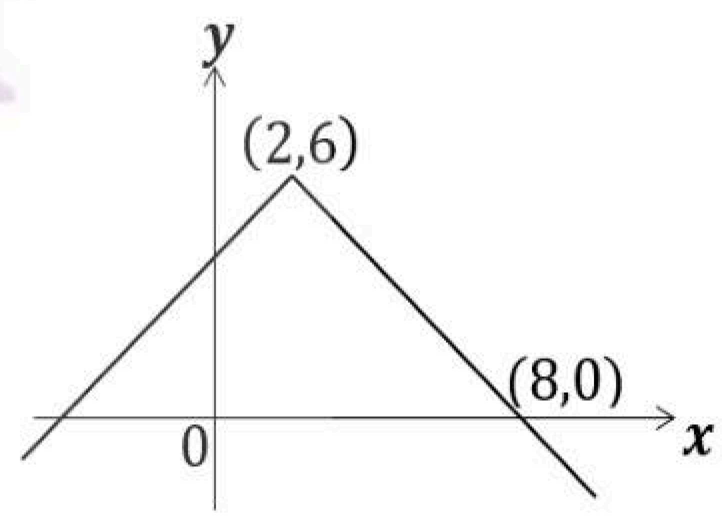
குறியீட்டெண்கள்

விடைத்தாள் பரீட்சகர்	
புள்ளிகளைப் பரிசீலித்தவர் : 1	
2	
மேற்பார்வை செய்தவர் :	

பகுதி - A

1. கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி $n > 1$ ஆக எல்லா $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கும் 2^{2^n} இனால் தரப்படும் எண்ணின் இறுதி இலக்கம் 6 ஆகுமெனக் காட்டுக.

2. $a, b, c \in \mathbb{R}$ ஆக $y = a\,|x + b| + c$ இன் வரைபு அருகே தரப்பட்டுள்ளது. a, b, c யின் பெறுமானங்களைக் காண்க.
$y = |x + 4|$ இன் வரைபையும் அதே ஆள்கூற்று அச்சில் வரைந்து **இதிலிருந்து** $x \in \mathbb{R}$ இற்கு சமன்பாடு $|x + 4| + |x - 2| = 6$ இன் மெய்த்தீர்வுகளைக் காண்க.



3 (i) $|z - 1| = 1$

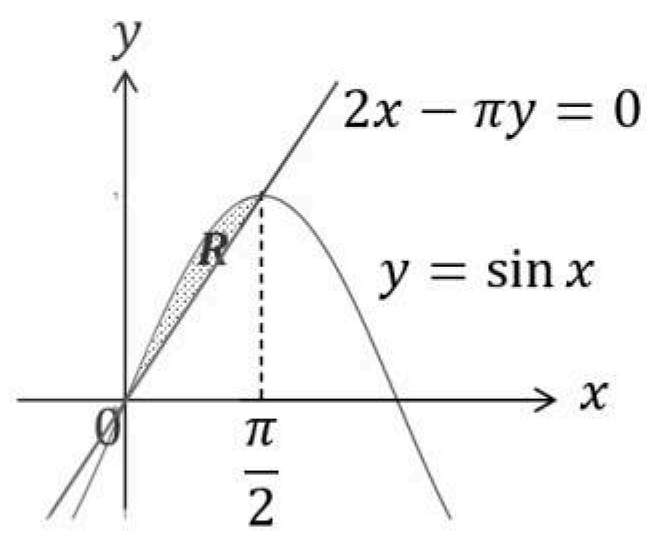
(ii) $|\text{Arg}\,(z - 1)| = \dfrac{\pi}{3}$

இனை திருப்தியாக்கும் சிக்கலெண்களை வகைக்குறிக்கும் புள்ளிகளின் ஒழுக்கை ஒரே ஆகண் வரிப்படத்தில் வரைந்து அவ்வொழுக்குகள் இடைவெட்டும் புள்ளிகளால் வகைக்குறிக்கும் சிக்கலெண்கள் z ஐ $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ எனும் வடிவில் எடுத்துரைக்க. இங்கு $r > 0, -\pi < \theta \leq \pi$

4. $n \in \mathbb{Z}^+$ ஆக $(1 + x)^n$ இன் ஈருறுப்பு விரிவில் அடுத்து வரும் மூன்று உறுப்புக்களின் குணகங்கள் கூட்டல் விருத்தியில் உள்ளன எனத் தரப்படுகின்றது. $n + 2$ ஆனது நிறை வர்க்கம் எனக் காட்டுக.

5. $\lim_{x\to0} \dfrac{1-\sqrt{\cos(\pi x)}}{\sqrt{1+5x^2}-\sqrt{1+2x^2}} = \dfrac{\pi^2}{6}$ எனக் காட்டுக.

6. படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு $y = \sin x,\ 2x - \pi y = 0$ எனும் வளையிகளால் உள்ளடைக்கப்படும் பிரதேசம் R ஐ $\boldsymbol{x}$ அச்சுப் பற்றி 2π ஆரையனினூடாக சுழற்றப்படும் போது பிறப்பிக்கப்படும் திண்மத்தின் கனவளவு $\dfrac{\pi^2}{12}$ கன அலகுகள் எனக் காட்டுக.



7. $x = e^{\sin t}$, $y = e^{-\cos t}$ எனும் பரமானங்களால் தரப்படும் வளையி C என்க.
$\frac{dy}{dx} = \tan t \, . \, e^{-(\cos t + \sin t)}$ எனக்காட்டுக. இங்கு $0 < t < \frac{\pi}{2}$. வளையி C யில்
$x = e^{\frac{1}{\sqrt{2}}}$ ஆகும்போது உள்ள புள்ளியில் வரையப்படும் தொடலியின் படித்திறனைக் காண்க.

8. $P = (\alpha, 3)$ இங்கு $\alpha \in \mathbb{R}$ எனக் கொள்வோம். நேர்கோடு $l_1 \equiv 2x - y - 7 = 0$ ஆகும். $l_1 = 0$ எனும் நேர்கோட்டிற்கு செங்குத்தாகவும், புள்ளி P யினூடு செல்வதுமான நேர்கோடு $l_2 = 0$ ஆனது x அச்சினை R எனும் புள்ளியில் இடைவெட்டுகிறது. PR இன் நடுப்புள்ளியானது $x + y = 5$ இல் இருப்பின் α இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

9. $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + 60 = 0$ எனும் வட்டத்திற்கு $A \equiv (2, 1)$ எனும் புள்ளியிலிருந்து வரையப்பட்ட தொடுகைநாணின் சமன்பாடு $x - y = 10$ ஆகும். g, f இன் பெறுமானங்களைக் காண்க. A இனூடும், அத்தொடுபுள்ளிகளினூடும் செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாடு $x^2 + y^2 - 9x + 3y + 10 = 0$ எனக்காட்டுக.

10. எல்லா $n \in \mathbb{Z}$ இற்கும் $\theta \neq \frac{n\pi}{2}$ எனக்கொண்டு $\frac{\sec^2\theta - \cos 2\theta + \tan^2\theta}{2\tan\theta + \sin 2\theta} = \sqrt{3}$ ஐத் தீர்க்க

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved

අධ්‍යාපන, උසස් අධ්‍යාපන සහ වෘත්තීය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
கல்வி, உயர் கல்வி மற்றும் தொழிற் கல்வி அமைச்சு
Ministry of Education, Higher Education and Vocational Education

க.பொ.த. (உ.த) பரிகார மதிப்பீடு – 2026

සංයුක්ත ගණිතය I இணைந்த கணிதம் I Combined Mathematics I	10 T I

பகுதி - B

✱ ஐந்து வினாக்களுக்கு விடை தருக.

11. (a) $F(x) = px^2 + qx + r$ இங்கு $p > 0$ மற்றும் $p, q, r \in \mathbb{R}$ எனக் கொள்வோம். எல்லா $x \in \mathbb{R}$ இற்கும் $F(x) \geq \frac{4pr-q^2}{4p}$ எனக்காட்டுக.

$x \in \mathbb{R}$ இற்கு $f(x) = x^2 - 2x - a^2 + 1$
$g(x) = x^2 - 2(a+1)x + a(a-1)$ எனக் கொள்வோம். இங்கு $a \in Q^+$
$f(x), g(x)$ என்பவற்றின் இழிவுப் பெறுமானங்கள் முறையே $[f(x)]_{\min}, [g(x)]_{\min}$ என்க.
$[f(x)]_{\min}$ ஐ a சார்பாகக் காண்க. மேலும் $[g(x)]_{\min} - [f(x)]_{\min} \geq 3$ ஆகுமாறு a இன் பெறுமான வீச்சைக் காண்க.
$f(x)=0$, $g(x)=0$ ஆகிய சமன்பாடுகள் இரு தனித்தனி மெய்மூலங்களைக் கொண்டிருக்குமெனக் காட்டுக. $f(x) = 0$ இன் மூலங்கள் $\alpha, \beta\ (> \alpha)$ என்க. α, β என்பன விகிதமுறு மூலங்கள் எனக்காட்டுக.
$f(x) = 0$ இன் இரு மூலங்களும் $g(x)$ இன் மூலங்களுக்கு இடையில் இருக்குமெனில் $0 < a < 1$ எனக்காட்டுக.

(b) $f(x)$ என்பது x இலான பல்லுறுப்பியெனக் கொள்வோம். $a \in \mathbb{R}$ ஆக $f(x)$ யை $(x-a)^2$ ஆல் வகுக்கும்போது பெறப்படும் மீதி $(x-a)f'(a) + f(a)$ எனக்காட்டுக. இங்கு $f'(x)$ என்பது $f(x)$ இன் x குறித்த முதலாம் பெறுதியாகும்.
$g(x) = 3x^3 + \lambda x^2 + \mu x - 6$ என்க. இங்கு $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. $g(x)$ யை $(x-1)^2$ ஆல் வகுக்கும் போது பெறப்படும் மீதி $-12x - 8$ ஆகும். $\lambda = -4$ எனக்காட்டி μ வைக் காண்க. λ, μ இன் இப்பெறுமானங்களுக்கு $(x+1)$ஒரு காரணி எனக்காட்டுக. **இதிலிருந்து** $g(x)$ யை ஏகபரிமாணக் காரணிகளின் பெருக்கமாகத் தருக.

12. (a) இரண்டு பாடசாலைகளிலிருந்து, ஒவ்வொரு பாடசாலையில் இருந்தும் 3 ஆண் மாணவர்கள், 3 பெண் மாணவர்களை தெரிவு செய்து பயிற்சிப்பட்டறை ஒன்றிற்கு அனுப்புகிறார்கள். இம்மாணவர்களிலிருந்து ஆறுபேர் கொண்ட குழுவொன்றை தெரிவு செய்ய வேண்டியிருந்தது.

I. (i) எந்தவித கட்டுப்பாடும் இல்லாமல்
(ii) ஒவ்வொரு பாடசாலைகளிலிருந்தும் சம எண்ணிக்கையான மாணவர்கள் இருக்க கூடியவாறும், ஆண், பெண் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை சமனாக இருக்கக்கூடியவாறும்
எத்தனை வழிகளில் குழுக்களை அமைக்கலாம் எனக் காண்க.

II. ஐந்து வனிலா சுவையுடைய பால், ஒரு ஸ்டோபரி சுவையுடைய பால் ஒரு சொக்லேட் சுவையுடைய பால் பக்கற்றிலிருந்து குழுவிலுள்ள மாணவர்கள் ஒவ்வொருவருக்கும் செப்பமாக ஒரு பால் பக்கற் கிடைக்குமாறு எத்தனை வழிகளில் பகிர முடியும் எனக் காண்க.

(b) $\frac{3^2-2.1}{1.3}\left(\frac{1}{3}\right)+\frac{5^2-2.2}{3.5}\left(\frac{1}{3}\right)^2+\frac{7^2-2.3}{5.7}\left(\frac{1}{3}\right)^3+\ldots$ எனும் தொடரில் r வது உறுப்பு

U_r இனை எழுதுக. $r \in \mathbb{Z}^+$ ஆக $\frac{4r^2+2r+1}{(2r-1)(2r+1)}$ இன் பகுதிப்பின்னங்களை கருதுவதன் மூலம்

$U_r = \left(\frac{1}{3}\right)^r + f(r) - f(r+1)$ ஆகுமாறு $f(r)$ இனைக் காண்க. இங்கு $r \in \mathbb{Z}^+$

இதிலிருந்து $\sum_{r=1}^{n} U_r = 1 - \left(\frac{n+1}{2n+1}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^n$ எனக்காட்டுக. இங்கு $n \in \mathbb{Z}^+$

முடிவிலித்தொடர் $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ ஒருங்குமெனக் காட்டி அதன் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

13. (a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} \frac{1}{17} & q \\ r & s \end{pmatrix}$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது. இங்கு $q, r, s \in \mathbb{R}$

(i) AB யை q, r, s சார்பில் காண்க.

(ii) $AB = \begin{pmatrix} k & k-1 \\ k-1 & k \end{pmatrix}$ எனின் q, r, s, k இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

மேலும் A இன் நேர்மாறு தாயம் A^{-1} இனைக் காண்க.

(iii) $2x + 5y = 12$

$-3x + y = -1$ எனும் ஒருங்கமைச் சமன்பாடுகளை தாய வடிவில் தருக. **இதிலிருந்து** சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

(b) $Z_1 = \frac{1+i}{1-i}$, $Z_2 = \frac{\sqrt{2}}{1-i}$ என்பனவற்றை $a + ib$, $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ எனும் வடிவங்களில் எடுத்துரைக்க. இங்கு $r > 0, 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

ஆகண் வரிப்படத்தில் Z_1, Z_2 இனை வகை குறிக்கும் புள்ளிகள் முறையே A, B என்க.

$\text{Arg}\left(\frac{1+\sqrt{2}+i}{1-i}\right) = \frac{3\pi}{8}$ எனக்காட்டுக.

இதிலிருந்து $\tan\frac{3\pi}{8} = 1 + \sqrt{2}$ என **உய்த்தறிக.**

(c) $\omega = \cos\frac{2\pi}{7} + i\sin\frac{2\pi}{7}$ எனக்கொள்வோம்.

தாய்மோவரின் தேற்றத்தை பாவித்து ω^7 இன் பெறுமதியைக் காண்க.

இதிலிருந்து $1 + \omega + \omega^2 + \omega^3 + \omega^4 + \omega^5 + \omega^6 = 0$ எனக்காட்டுக.

மேலும் $\omega^2 + \omega^5 = 2\cos\frac{4\pi}{7}$ எனக்காட்டுக. $\omega + \omega^6$, $\omega^3 + \omega^4$ இற்கும் அதையொத்த தொடர்பை பெற்று **இதிலிருந்து** $\cos\frac{2\pi}{7} + \cos\frac{4\pi}{7} + \cos\frac{6\pi}{7} = -\frac{1}{2}$ எனக்காட்டுக.

14. (a) $a \in \mathbb{R}$ ஆக $f(x) = \frac{x^2+ax+3}{(x-2)^2}, \quad x \in \mathbb{R}-\{2\}$ எனக் கொள்வோம்.

$f'(x)$ என்பது $f(x)$ இன் முதற் பெறுதி எனத் தரப்பட்டால் $f'(x) = \frac{-(a+4)x-(2a+6)}{(x-2)^3}$ எனக்காட்டுக. இங்கு $x \in \mathbb{R}-\{2\}$

$y = f(x)$ ஆனது $x = 1$ இல் நிலையான புள்ளியைக் கொண்டிருந்தால் a யைக் காண்க. அத்துடன் திரும்பற் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க. $f(x)$ ஆனது அதிகரிக்கும், குறையும் பெறுமானவீச்சைக் காண்க.

$f''(x) = \frac{2(2x-1)}{3(x-2)^4}$ எனத் தரப்பட்டால் இதிலிருந்து $y = f(x)$ ஆனது விபத்திப்புள்ளியைக் கொண்டுள்ளது எனக் காட்டி அப்புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க. இங்கு $x \in \mathbb{R}-\{2\}$ அணுகுகோடுகள், திரும்பற் புள்ளிகள், விபத்திபுள்ளிகளை தெளிவாகக் காட்டி வரைபை பரும்படியாக வரைக.

(b) நீளம் l ஐயுடைய உலோகக்கம்பியொன்றால் காதணியொன்று வட்டம் ஒன்றின் ஆரைச்சிறையின் ஓரம் வழியே வளைத்து செய்யப்படுகிறது. இக்காதணியால் உள்ளடைக்கப்படக்கூடிய சாத்தியமான உயர்பரப்பு அதே சர்வசமனான கம்பியை சதுர வடிவில் அமைக்கும்போது பெறப்படும் பரப்புக்கு சமனாகுமெனக் காட்டுக.

15. (a) $\sqrt{2x} = t,\ (x > 0)$ எனும் பிரதியீட்டை பாவிப்பதன் மூலம் $\int \frac{1}{x\sqrt{2x+4}}\,dx$ இனைக் காண்க.

(b) $I = \int_0^3 x\tan^{-1}\sqrt{x}\ dx$ எனக் கொள்வோம். பகுதிகளாக தொகையிடுதலைப் பாவித்து

$I = \frac{3\pi}{2} - \frac{1}{4}J$ எனக்காட்டுக. இங்கு $J = \int_0^3 \frac{x^{\frac{3}{2}}}{1+x}\,dx$.

பொருத்தமான பிரதியீட்டைப் பாவித்து $J = \frac{2\pi}{3}$ எனக்காட்டுக. **இதிலிருந்து** I யின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(c) k மாறிலியாக இருக்க $\int_0^k f(x)dx = \int_0^k f(k-x)dx$ எனும் முடிவைப் பாவித்து

$\int_0^\pi x\sec^{2n+1}x\tan x\ dx = \frac{\pi}{2}\int_0^\pi \sec^{2n+1}x\tan x\ dx$ எனக்காட்டுக. இங்கு $n \in \mathbb{N}$

இதிலிருந்து $\int_0^\pi x\sec^{2n+1}x\tan x\ dx$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

16. $l_1 \equiv ax + by + c = 0,\ l_2 \equiv px + qy + r = 0$ எனும் இரு நேர்கோடுகளும் இடைவெட்டும் புள்ளியினூடு செல்கின்ற எல்லா நேர்கோடுகளினதும் சமன்பாடு $l_1 + \lambda l_2 = 0$ எனக் காட்டுக. இங்கு λ ஓர் பரமானமாகும்.

$l_1 \equiv 4x - 3y - 1 = 0,\ l_2 \equiv 3x - 4y + 2 = 0$ எனும் கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளியினூடு செல்லும் நேர்கோடுகளை பரமானம் வடிவில் தருக. $l_1 = 0,\ l_2 = 0$ எனும் நேர்கோடுகள் இடைவெட்டும் புள்ளியினூடு செல்வதும் $P \equiv \left(3,\ \frac{22}{7}\right)$ இனூடு செல்வதுமான நேர்கோடு $l = 0$ இன் சமன்பாட்டைக் காண்க. l_1, l_2 இன் கோண இருகூறாக்கிகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க. அதிலிருந்து $l = 0$ ஆனது $l_1 = 0,\ l_2 = 0$ இற்கிடையிலான கூர்ங்கோண இருகூறாக்கி எனக்காட்டுக. $\alpha \in \mathbb{Z}$ ஆக $(-2, \alpha)$ இனை மையமாகவுடையதும் l_1, l_2 என்பன தொடலியாக அமையுமாறு உள்ள வட்டம் S_1 இன் சமன்பாடு $25x^2 + 25y2 + 100x - 250y + 149 = 0$ எனக்காட்டுக.

உற்பத்தியை மையமாகவுடைய வட்டம் S_2 ஆனது $S_1 = 0$ யை நிமிர்கோணமாக இடைவெட்டுமெனில் வட்டம் S_2 இன் ஆரை $\frac{\sqrt{149}}{5}$ எனக்காட்டுக.

17. (a) $\sin(A + B)$ இன் விரிவை $\sin A, \cos A, \sin B, \cos B$ இல் தருக.

இதிலிருந்து $\sin\left(\frac{\pi}{2} \pm \theta\right) = \cos\theta$ எனக்காட்டுக.

$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta$ என **உய்த்தறிக.**

$\sin(A + B)$ இனை பாவித்து $\cos(A - B) = \cos A.\cos B + \sin A.\sin B$ எனக்காட்டுக. **இதிலிருந்து** எல்லா $\theta \in \mathbb{R}$ க்கும் $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ என உய்த்தறிக.

$\sin\theta, \cos\theta, \tan\theta$ என்பன பெருக்கல் விருத்தியொன்றின் அடுத்துவரும் மூன்று உறுப்புகள் எனில் $\cos^3\theta = \sin^2\theta$ எனக்காட்டுக.அத்துடன்

$\cos^9\theta + 3\cos^8\theta + 3\cos^7\theta + \cos^6\theta - 1 = 0$ என **உய்த்தறிக.**

(b) முக்கோணி ABC யிற்கு வழமையான குறிப்பீட்டில் சைன் விதியைக் கூறுக.

முக்கோணி ABCயில் கோணம் $B\hat{A}C$ யின் இருகூறாக்கி BC யை D யில் சந்திக்கிறது.

$BD : DC = \lambda + 1 : \lambda,\ \ \lambda > 0$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது. $\frac{\sin B}{\sin C} = \frac{3}{4}$ எனின் λ வைக் காண்க.

முக்கோணிகளின் பரப்பை கருதுவதன் மூலமோ அல்லது **வேறு விதமாகவோ**

$4ca\sin B + 3ab\sin C = 7bc\sin A$ என நிறுவுக. $C = \frac{\pi}{4}$ எனின்

$\sin B + \cos B = \frac{3}{7}\left(\frac{ab+ca}{bc}\right)$ என **உய்த்தறிக**.

(c) $xy = 1$ **எனத் தரப்பட்டால்** $\tan^{-1}x + \tan^{-1}y$ இனைக் காண்க. இங்கு $x, y \in \mathbb{R} - \{0\}$

***

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව /முழுப் பதிப்புரிமையுடையது/All Rights Reserved

අධ්‍යාපන, උසස් අධ්‍යාපන සහ වෘත්තීය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
கல்வி, உயர் கல்வி மற்றும் தொழிற் கல்வி அமைச்சு
Ministry of Education, Higher Education and Vocational Education

க.பொ.த. (உ.த) பரிகார மதிப்பீடு – 2026

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10 T II

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

மேலதிக வாசிப்பு நேரமானது முழுமையாக வாசித்து முதன்மை அடிப்படையில் வினாக்களைத் தெரிவுசெய்வதற்கு வழங்கப்படுகின்றது.

அறிவுறுத்தல்கள்

- இவ்வினாத்தாள் **பகுதி A** (வினாக்கள் 1 - 10), **பகுதி B** (வினாக்கள் 11 - 17) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.
- **பகுதி A**
  எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- **பகுதி B**
  ஐந்து வினாக்களுக்கு விடை எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் **பகுதி A** ஆனது **பகுதி B** யிற்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் **பகுதி B** மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

(10) இணைந்த கணிதம் I

பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
	1	
	2	
	3	
	4	
A	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
	மொத்தம்	
	11	
	12	
	13	
B	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		
சதவீதம்		

வினாத்தாள் I	
வினாத்தாள் II	
மொத்தம்	
இறுதிப்புள்ளிகள்	

இறுதிப்புள்ளிகள்

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

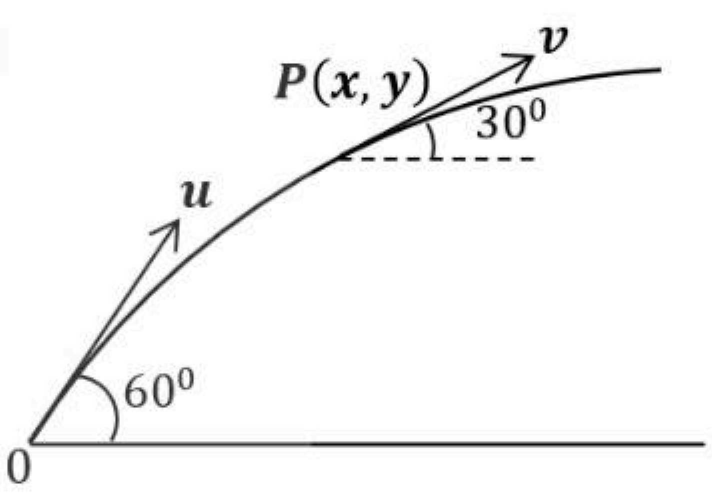
குறியீட்டெண்கள்

விடைத்தாள் பரீட்சகர்	
புள்ளிகளைப் பரிசீலித்தவர் : 1	
2	
மேற்பார்வை செய்தவர் :	

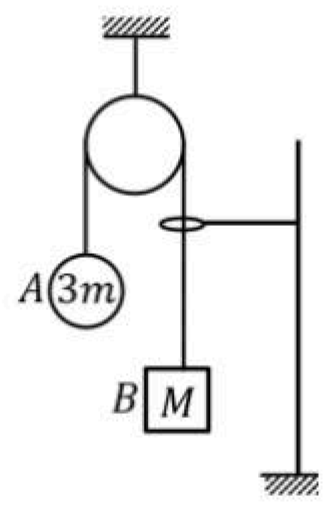
பகுதி A

1. m திணிவுடைய துணிக்கை Aயும், $2m$ திணிவுடைய துணிக்கை Bயும் ஒப்பமான கிடை மேசையில் ஒரே நேர்கோட்டில் முறையே $u, v\ (< u)$ வேகங்களுடன் ஒரே திசையில் நேரடியாக மோதுகின்றன. கோளங்களுக்கிடையிலான மீளமைவுக் குணகம் e ஆகும். ஒரு கோளத்திலிருந்து மற்றைய கோளத்திற்கு பரிமாற்றப்படும் உந்தம் $\frac{2m}{3}(1+e)(u-v)$ எனக்காட்டுக.

2. துணிக்கையொன்று கிடைத்தரையில் உள்ள O எனும் புள்ளியிலிருந்து u கதியுடன், கிடையுடன் 60° ஏற்றக்கோணத்தில் எறியப்படுகிறது. துணிக்கையானது OXY தளத்தில் $P \equiv (x,\ y)$ எனும் புள்ளியினூடு செல்கிறது. துணிக்கையினது இயக்கத்திசை P யில் கிடையுடன் 30° கோணத்தை ஆக்குமெனில் $\frac{x}{y} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ எனக்காட்டுக.

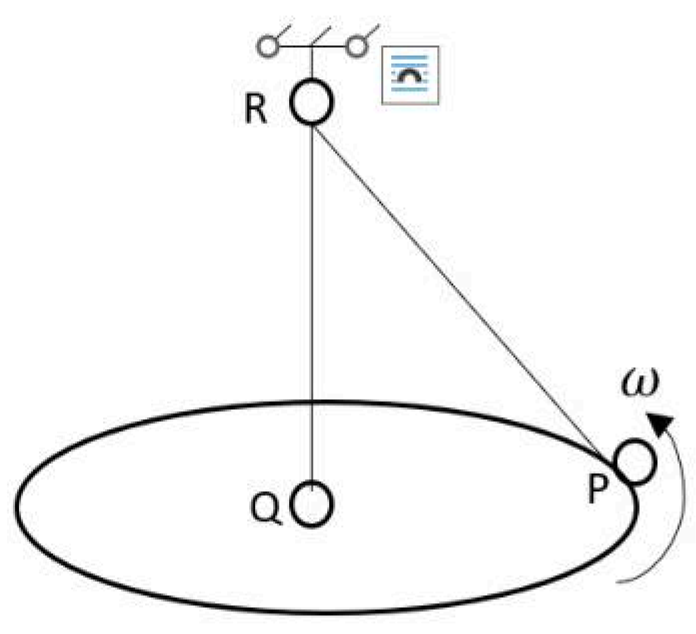


3. முறையே $3m$, M திணிவுகளையுடைய A, B எனும் இரு துணிக்கைகள் மெல்லிய நீளா இழையில் இணைக்கப்பட்டு நிலைத்த கப்பியொன்றின் மேலாகச் செல்கிறது. இழைகள் இறுக்கமாகவும் கப்பியை தொடாத இழையின் பாகங்கள் நிலைக்குத்தாகவும் இருக்க ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. துணிக்கை B யானது ஆர்முடுகல் $\frac{g}{5}$ உடன் மேல் நோக்கி இயங்குவது அவதானிக்கப்பட்டது. M = $2m$ எனக்காட்டுக. தொடரும் இயக்கத்தில் துணிக்கை B யானது $\sqrt{\frac{2gl}{5}}$ வேகத்திலுள்ள போது சிறிய நிலையான வளையத்தில் மோதி கணநிலை ஓய்வுக்கு வருகிறது. அக்கணத்தில் துணிக்கை வளையத்தில் ஏற்படுத்தும் கணத்தாக்கு விசையைக் காண்க.



4. M kg திணிவுடைய கார் ஒன்று கிடையான நேர்ப்பாதையொன்றில் செல்லும் போது இயக்கத்திற்கான தடைவிசை $v^{\frac{3}{2}}N$க்கு நேர்விகித சமனாகவுள்ளது. இங்கு v என்பது காரின் வேகமாகும். தடைவிசை R=$kv^{\frac{3}{2}}$ இனால் தரப்படுகிறது. இங்கு k மாறிலி. கிடைப்பாதையில் உயர்கதி 25 ms^{-1} ஆகவும் எஞ்சினின் வலு 25 kW எனவும் தரப்பட்டால் $k = 8$ எனக் காட்டுக. காரானது கிடையுடன் $\sin^{-1}\frac{1}{20}$ சாய்வுள்ள பாதையில் கீழ்நோக்கி இயங்கும்போது அதன் வலுவை குறைக்கிறது. குறித்த ஒரு கணத்தில் காரின் கதி 16 ms^{-1} உம் ஆர்முடுகல் $\frac{1}{2}\ ms^{-2}$ உம் எனின் காரின் எஞ்சினின் வலுவைக் காண்க. ($g = 10\ ms^{-2}$ என்க.)

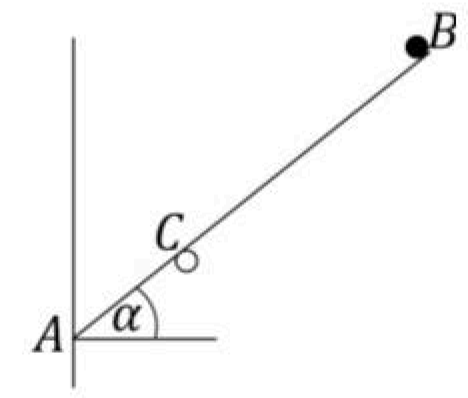
5. m, $2m$ திணிவுகளையுடைய இரு துணிக்கைகள் P, Q என்பன l நீளமுள்ள நீளா இழையால் இணைக்கப்பட்டு ஒப்பமான சிறு வளையம் R இனூடாகச் சென்று படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு Q ஆனது நிலையாக இருக்க P யானது மாறாக் கோணவேகம் ω உடன் Q ஐ மையமாகக் கொண்டு கிடைவட்டம் ஒன்றை ஆற்றுகிறது.



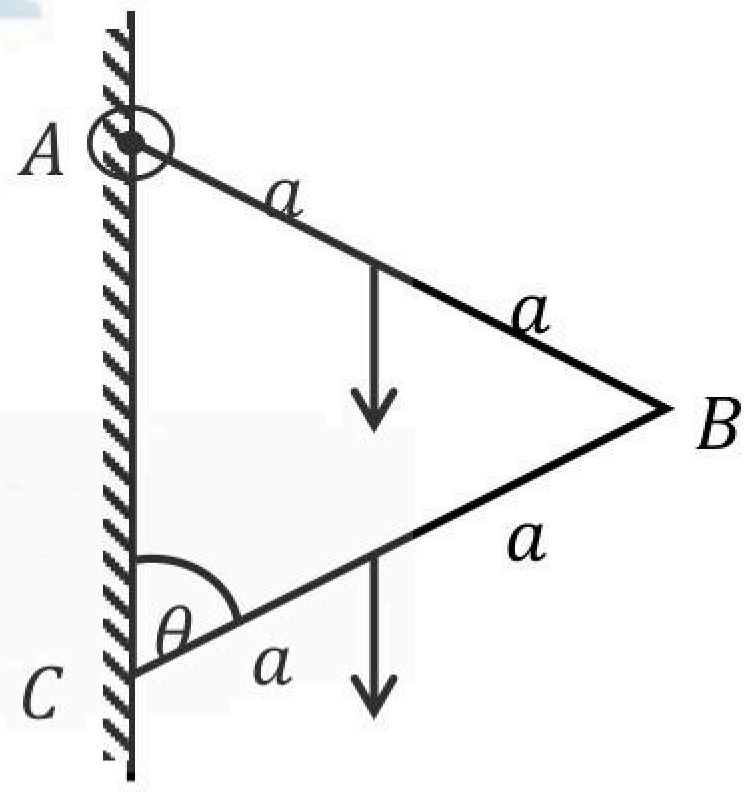
$\omega = \sqrt{\frac{3g}{l}}$ எனக்காட்டுக. **இதிலிருந்து** P யின் வட்ட பாதையின் ஆரையை l இல் காண்க.

6. O, A, B என்பன ஒரே நேர்கோட்டிலுள்ள மூன்று புள்ளிகளாகும். வழமையான குறிப்பீட்டில் O குறித்து A, B யின் தானக்காவிகள் முறையே $\mathbf{i} + \lambda \mathbf{j}$ $(\lambda \in \mathbb{R})$, $3\mathbf{i} + 6\mathbf{j}$ ஆகும். λ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க. AP, BP என்பன ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக இருக்குமாறு y அச்சின் மீது உள்ள புள்ளி P யாகும். O குறித்து P யின் இரு இயல்தகு தானக்காவிகளைக் காண்க.

7. w நிறையும் $4a$ நீளமும் உடைய ஒப்பமான சீரான கோல் ACB ஆனது படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு கோலின் ஒரு முனை A ஒப்பமான நிலைக்குத்து சுவரில் தங்கியும் மறுமுனை B யில் தொங்கவிடப்பட்ட $2w$ நிறையுடைய திணிவுடனும், ஒப்பமான நிலைத்த முளை C யில் தங்கியும், சுவருக்கு செங்குத்தான நிலைக்குத்து தளமொன்றில் சமநிலையிலுள்ளது. இங்கு $AC = a$ உம் கோல் கிடையுடன் ஆக்கும் கோணம் α உம் ஆகும் இங்கு $\tan\alpha = \sqrt{\frac{7}{3}}$ எனின் A, C யில் உள்ள மறுதாக்கங்களின் பருமன்களை w இல் காண்க.



8. நிறை W, நீளம் $2a$ உடைய சீரான கோல்கள் AB, BC யானது B யில் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்டுள்ளது. முனை A யனாது கரடான நிலைக்குத்து சுவரில் பிணைக்கப்பட்டு படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு முனை C அச்சுவரில் தங்குமாறு சுவருக்கு செங்குத்தான நிலைக்குத்து தளமொன்றில் சமநிலையிலுள்ளது. கோல் CB யானது நிலைக்குத்துடன் θ கோணத்தை ஆக்குகிறது. சுவருக்கு கோலுக்குமிடையிலான உராய்வுக் குணகம் μ எனில் $\tan\theta \geq \frac{2}{\mu}$ எனக்காட்டுக.



9. மாதிரிவெளி Ω வில் A, B, C என்பன மூன்று நிகழ்வுகள். வழமையான குறிப்பீட்டில் $P(B)=\frac{3}{10}$, $P(A\cup B)=\frac{3}{5}$ எனின் $P(A\cap B')$ இனைக் காண்க. மேலும் $P(A)=\frac{1}{2}$ எனவும் $A'\cap B$, C என்பன தம்முள் புற நீங்கும் நிகழ்ச்சியாகவும், யாதுமளாவிய நிகழ்ச்சியாகவும் காணப்பட்டால் $P(C)=\frac{9}{10}$ எனக்காட்டுக.

10. ஐந்து நேர் நிறையெண்களைக் கொண்ட அவதானிப்புக்களின் இடை 4 ஆகவும், ஒரே ஆகாரம் 3 ஆகவும், வீச்சு 5 ஆகவும் காணப்பட்டால், இடையம் 3 ஆக அமையத்தக்க இரு சாத்தியமான பரம்பலைக் காண்க.

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved

අධ්‍යාපන, උසස් අධ්‍යාපන සහ වෘත්තීය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
கல்வி, உயர் கல்வி மற்றும் தொழிற் கல்வி அமைச்சு
Ministry of Education, Higher Education and Vocational Education

க.பொ.த. (உ.த) பரிகார மதிப்பீடு – 2026

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10 T II

பகுதி B

- ஐந்து வினாக்களுக்கு விடை தருக.

(இவ்வினாத்தாளில் g இனால் குறிப்பிடுவது புவியீர்ப்பு ஆர்முடுகல்)

11. (a) X எனும் மோட்டார் வாகனம் நேர்கோட்டுப் பாதையில் உள்ள A என்னும் புள்ளியை சீரான ஆர்முடுகல் f உடன் u எனும் வேகத்தில் கடக்கிறது. X ஆனது $\lambda u (\lambda > 2)$ வேகத்தை அடையும் வரை அதே ஆர்முடுகலுடன் சென்று புள்ளி B யை அடைந்து, அமர்முடுகல் f உடன் சீராக அமர்முடுகி $2u$ வேகத்தில் C யை அடைகிறது. இன்னுமொரு மோட்டார் வாகனம் Y சீரான வேகம் $2u$ உடன், X ஆனது A யை அடைவதற்கு $\frac{u}{f}$ நேரத்துக்கு முதல் A யை கடந்து செல்கிறது.

X, Y யின் இயக்கங்களுக்கான வேக நேர வரைபை ஒரே வரிப்படத்தில் பரும்படியாக வரைந்து **இதிலிருந்து**

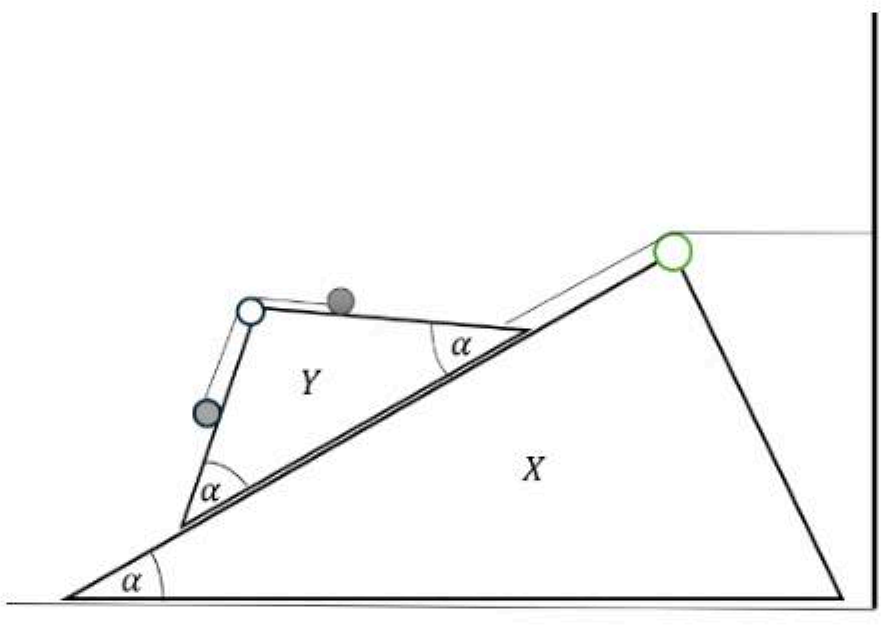
(i) $AB = \frac{1}{2f}u^2(\lambda^2 - 1)$ எனக்காட்டுக.

(ii) X ஆனது புள்ளி C யை அடையும் வரை சென்ற மொத்த தூரம் $\frac{1}{2f}u^2(2\lambda^2 - 5)$ எனக்காட்டுக.

(iii) $\lambda \leq 2 + \frac{\sqrt{10}}{2}$ எனின் X ஆனது Y யை கடக்க முடியாது எனக்காட்டுக.

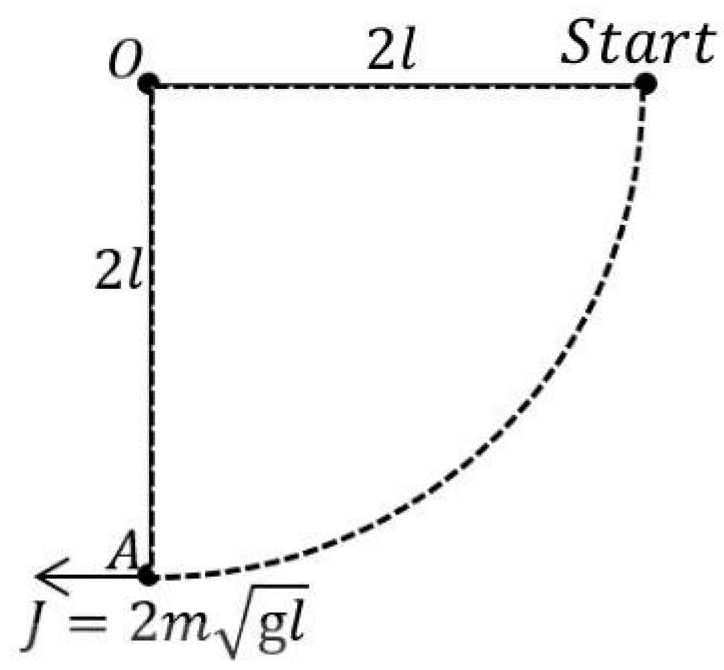
(b) S எனும் கப்பலானது பூமி தொடர்பாக v kmh^{-1} எனும் மாறா வேகத்துடன் வடக்குக்கு α கோணம் மேற்காக செல்கிறது. ஒரு போர்க்கப்பல் W ஆனது பூமி தொடர்பாக வேகம் u kmh^{-1} உடன் நேர்மேற்காக செல்கிறது. இங்கு $u < v \sin \alpha$. போர் கப்பலானது கப்பல் Sஐ எதிரிக்கப்பல் என இனங்கண்டு அதை தாக்குவதற்கு ஆயத்தமாகின்றது. குறித்த கணத்தில் கப்பல் S ஆனது போர் கப்பலுக்கு நேர்தென்மேற்கே d km தூரத்தில் காணப்படுகிறது. பொருத்தமான வேக முக்கோணி வரைவதன் மூலம் போர்க்கப்பல் தொடர்பாக கப்பலின் திசையைக் காண்க. **இதிலிருந்து** இரு கப்பல்களுக்கும் இடைப்பட்ட குறுகிய தூரம் l இனைக் காண்க. போர்க்கப்பலில் பொருத்தப்பட்ட துப்பாக்கியின் அதிகூடிய சுடும் வீச்சு $R (> l)$ km எனின் கப்பலானது ஆபத்தில் இருக்கும் நேர இடைவெளி $\frac{2\sqrt{R^2 - l^2}}{\sqrt{v^2 + u^2 - 2uv \sin \alpha}}$ மணித்தியாலங்கள் எனக்காட்டுக.

12. (a) X, Y எனும் ஒப்பமான சீரான ஆப்புக்களின் புவியீர்ப்பு மையத்தினூடாகவுள்ள நிலைக்குத்து குறுக்குவெட்டு முகத்தை உரு காட்டுகின்றது. திணிவு M உடைய ஆப்பு X ஆனது ஒப்பமான கிடைத்தளத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் கிடையுடன் $\alpha \left(< \frac{\pi}{4} \right)$ கோணம் சாய்வுள்ள ஒப்பமான முகத்தில் $2m$ திணிவுடைய இன்னுமொரு ஆப்பு Y வைக்கப்பட்டுள்ளது. ஆப்பு Y இன் உச்சியில் இணைக்கப்பட்ட நிலைத்த கப்பியினூடு செல்கின்ற நீளா இழையின் இரு முனைகளிலும் P, Q எனும் m திணிவுடைய துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கைகள் P, Q ஆனது ஆப்பு Y இன் ஒப்பமான மேற்பரப்பில் சுயாதீனமாக



இயங்கக்கூடியது. இன்னுமொரு நீளா இழையானது ஆப்பு Y உடன் இணைக்கப்பட்டு ஆப்பு X இன் உச்சியில் உள்ள கப்பியினூடு சென்று மறுமுனையானது இழை கிடையாக இருக்குமாறு நிலைக்குத்தான சுவரில் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழைகள் இறுக்கமாக இருக்க தொகுதியானது ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. இழையிலுள்ள இழுவைகளை துணிவதற்குப் போதுமான சமன்பாடுகளை எழுதுக.

(b) நீளம் $2l$ உடைய நீளா இழையின் ஒரு முனையில் m திணிவுடைய P எனும் சிறிய துணிக்கை இணைக்கப்பட்டு மறுமுனை O எனும் நிலைத்த புள்ளியுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. ஆரம்பத்தில் துணிக்கையானது O வின் மட்டத்தில் கிடையாக இழை இறுக்கமாக இருக்குமாறு ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. துணிக்கையானது நிலைக்குத்து வட்டப்பாதையில் அதன் அதி தாழ் புள்ளி A யை அடையும் போது இயக்கத்திசையிலேயே கிடையாக $2m\sqrt{gl}$ பருமனுடைய கணத்தாக்கு விசை கொடுக்கப்படுகிறது.

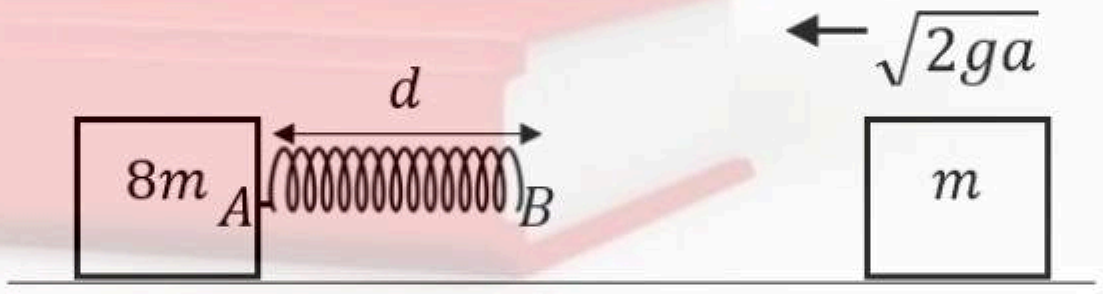


கணத்தாக்கு நடைபெற்று சற்றுப்பின் துணிக்கையின் வேகம் யாது?

OP யானது கீழ்முகநிலைக்குத்துடன் $60°$ அமைக்கும் போது வேகம், கயிற்றிலுள்ள இழுவை என்பன முறையே $\sqrt{14gl}$, $\frac{15mg}{2}$ எனக்காட்டுக.

அக்கணத்திலேயே இழையானது திடீரென அறுந்து துணிக்கையானது புவியீர்ப்பின் கீழ் சுயாதீனமாக இயங்கி A யின் ஒரே கிடை மட்டத்திலுள்ள புள்ளி B யை அடைகிறது. (இழை அறும்போது எந்தவித கணத்தாக்கும் ஏற்படவில்லை) துணிக்கை P யானது புவியீர்ப்பின் கீழ் இயங்கி B யை அடைய எடுக்கும் நேரம் $\left(\frac{\sqrt{42}+5\sqrt{2}}{2}\right)\sqrt{\frac{l}{g}}$ எனக்காட்டுக.

13. கிடையான மேசையொன்றில் வைக்கப்பட்ட 8 m திணிவுடைய சிறிய சதுரமுகிவடிவ குற்றியின் நிலைக்குத்தாக உள்ள முகமொன்றில் இயற்கை நீளம் d உம் மீள்தன்மை மட்டு 6mg உடையதுமான சுருளி AB இல் A ஆனது குற்றியில் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. AB = d ஆக சுருளியும் குற்றியும் மேசையில் ஓய்விலுள்ளது. அதே பரிமாணமும் ஆனால் நிறை m உம் உடைய இரண்டாவது குற்றி $\sqrt{2ga}$ கதியுடன் BA க்கு சமாந்தரமாக இயங்கி சுருளியின் முனை B யில் சுயாதீனமாக மோதுகிறது. இலேசான குற்றியும் மேசையும் தொடுகையில் உள்ள பகுதி ஒப்பமானது எனக்கருதுக.



பாரமான குற்றி நிலையாக உள்ளது எனக் கருதுக. தொடரும் இயக்கத்தில் AB யானது நேராகவும் கிடையாகவும் உள்ளது என்க. அத்துடன் சுருளியின் முனை B யின் நீளம் A யில் இருந்து x தூரம் எனக்கருதுக. இலேசான குற்றியின் இயக்கத்தின் சமன்பாடு $\ddot{X} = -\omega^2 X$ இனால் தரப்படுகின்றது எனக்காட்டுக. இங்கு $X = x - d$

x இன் தீர்வு $x = d + h\cos\omega t + k\sin\omega t$ எனும் வடிவில் இருக்கும் எனக்கருதி h, k மாறிலிகளைக் காண்க.

இதிலிருந்து சுருளியின் அதிகுறைந்த நீளத்தைக் காண்க. மேலும் **இதிலிருந்து** சுருளியின் இயற்கைநீளம் d யானது $\frac{a}{3}$ யை விட கூடவாக இருக்கவேண்டும் எனக்காட்டுக.

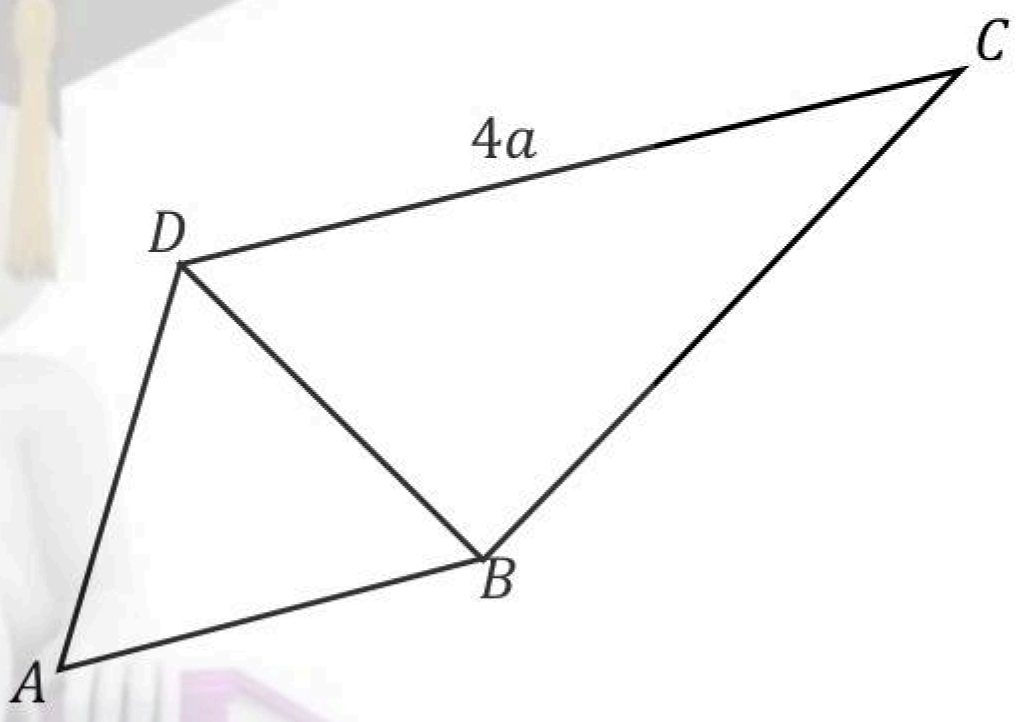
$d = a$ எனில் சுருளியானது முதல் முறை அதன் நீளத்தின் அரைவாசியாகும் போதுள்ள நேரத்துக்கும், முதல் முறை இழிவு நீளத்தை எடுக்கும் போதுள்ள நேரத்துக்கும் இடையிலான விகிதம் 2 : 3 எனக்காட்டுக.

பாரமான குற்றி மேசையில் சுயாதீனமாக இயங்கக்கூடியது எனவும் மேசைக்கும் குற்றிக்குமிடையிலான மீளமைவுக்குணகம் μ எனவும் தரப்பட்டால் குற்றி அசையாமல் இருக்க μ இன் இழிவுப் பெறுமானத்தை a, d யில் காண்க.

14. (a) OACB ஓர் இணைகரமாகும். உற்பத்தி O குறித்து உச்சிகள் A, B யின் தானக்காவிகள் முறையே $\alpha\underline{a}$, $\beta\underline{b}$ ஆகும். இங்கு $\underline{a}, \underline{b}$ என்பன முறையே OA, OB வழியேயுள்ள அலகுக்காவிகளாகும். புள்ளி P யானது OA வழியே $OP : OA = \alpha : 1$ ஆகுமாறு உள்ள புள்ளியும், புள்ளி Q வானது AC வழியே $AQ : AC = \beta : 1$ ஆகுமாறு உள்ள புள்ளியுமாகும். முக்கோண காவிக்கூட்டல் விதியை பாவித்து $\overrightarrow{PC} = \alpha(1-\alpha)\underline{\mathbf{a}} + \beta\underline{\mathbf{b}}$,
$\overrightarrow{BQ} = \alpha\underline{\mathbf{a}} - \beta(1-\beta)\underline{\mathbf{b}}$ எனக்காட்டுக.

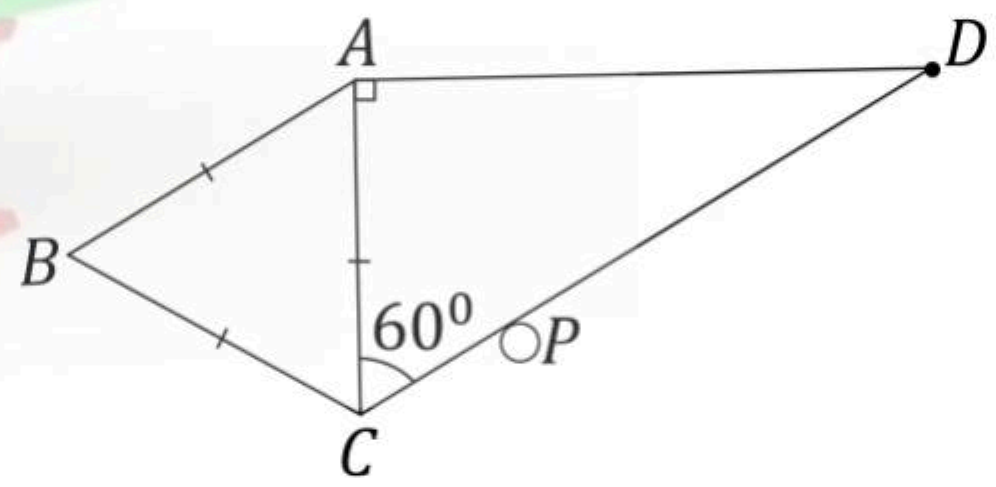
$B\hat{R}P = \dfrac{\pi}{2}$ ஆகுமாறு PC, BQ எனும் கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி R ஆகும் அலகுக்காவிகள் $\underline{a}, \underline{b}$ க்கு இடைப்பட்ட கோணம் $\cos^{-1}\left(\dfrac{\beta^2(1-\beta) - \alpha^2(1-\alpha)}{\alpha\beta(\alpha+\beta-\alpha\beta)}\right)$ எனக்காட்டுக.

(b) தரப்பட்ட நாற்பக்கல் ABCD யில், ABD யானது பக்கநீளம் $2a$ ஆகவுள்ள சமபக்க முக்கோணி, $C\hat{B}D = 90°$, $CD = 4a$ யுமாகும். AB, AD, DC, DB, CB வழியே எழுத்துக்களின் ஒழுங்குமுறையினால் காட்டப்படும் திசைகளில் முறையே 6P, 4P, αP, βP, $8\sqrt{3}$P பருமன்கள் உள்ள விசைகள் தாக்குகின்றது. இங்கு α, β மெய்மாறிலிகள். விளையுள் விசையானது DB யிற்கு சமாந்தரமாக D யிலிருந்து B திசையிலும், பருமன் 6P எனவும் தரப்பட்டுள்ளது. $\alpha = 6$ எனக்காட்டி β விற்கு சாத்தியமான பெறுமானத்தைக் காண்க. தொகுதியானது DB வழியே தாக்கும் தனி விசையாக ஒடுங்குமெனில் தொகுதியில் சேர்க்கப்படவேண்டிய இணையின் பருமன், போக்கைக் காண்க.



புதிய தொகுதியை சமநிலையில் வைத்திருக்க F_1 பருமனுடைய விசையொன்று BD க்கு செங்குத்தாக A யிலும், F_2 பருமனுடைய விசை C யிலும் பிரயோகிக்கப்படுகிறது. F_1, F_2 இன் பருமன்களைக் காண்க.

15. (a) ஒவ்வொன்றும் $2a$ நீளமும் W நிறையுமுடைய AB, BC எனும் இரு சீரான கோல்களும் $AD = 2\sqrt{3}a$, $CD = 4a$ நீளங்களை உடையனவும் முறையே W, 2W நிறைகளுடையதுமான சீரான கோல்கள் படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு அதன் முனைகளில் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்டுள்ளது. $2a$ நீளமுடைய இலேசான கோல் AC யானது A, C முனைகளில் சுயாதீனமாக மூட்டப்பட்டுள்ளது. இச்சட்டப் படலானது நிலைத்த புள்ளி Dயில் ஒப்பமாக பிணைக்கப்பட்டும் கோல் CD எனும் ஒப்பமான சிறிய முளை P இல் தங்கியும் AD கிடையாக இருக்குமாறு நிலைக்குத்து தளமொன்றில் சமநிலையிலுள்ளது. இங்கு $PD = 3a$ ஆகும்.

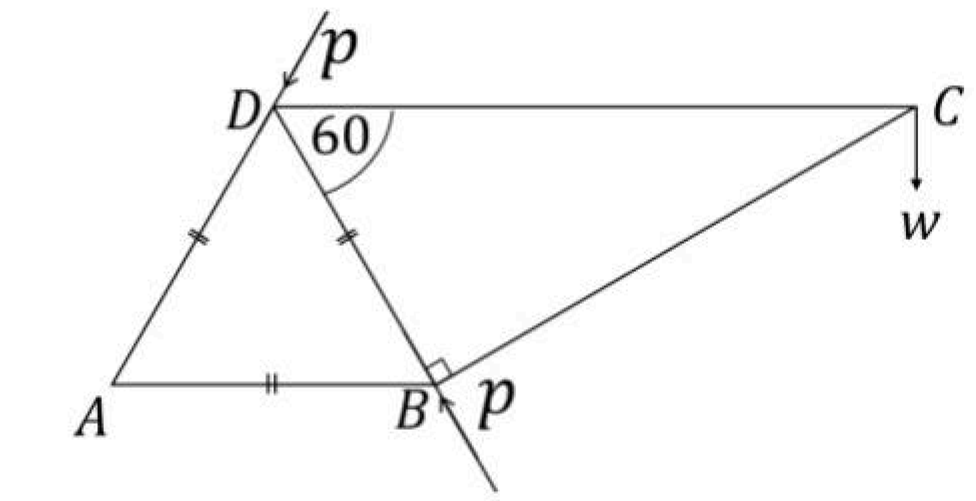


(i) மூட்டு B யில் கோல் AB யால் உஞற்றப்படும் மறுதாக்கத்தைக் காண்க.

(ii) இலேசான கோல் AC யில் உள்ள உதைப்பு $\dfrac{3W}{2}$ எனக்காட்டுக.

மேலும் முளையினால், கோல் CD மீது உஞற்றப்படும் மறுதாக்கத்தைக் காண்க.

(b) உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள சட்டப்படல் அவற்றின் முனைகளில் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்ட AB, BC, CD, DA, DB எனும் கோல்களால் ஆனது.

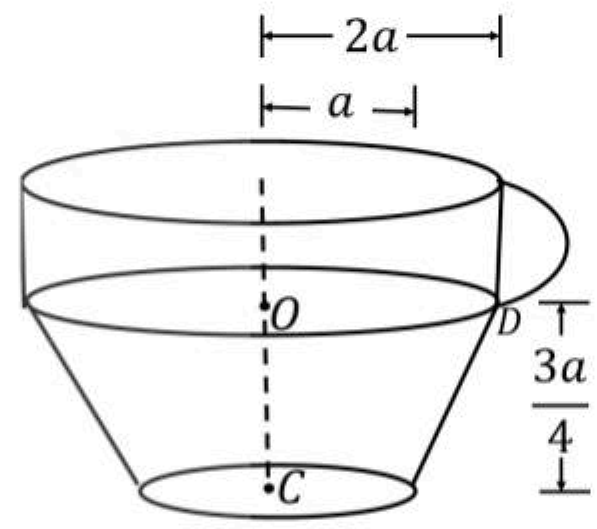


$AB = AD = BD = a$ ஆகவும் $D\hat{B}C = 90°$, $B\hat{D}C = 60°$ ஆகவுமுள்ளது. ஒரு சுமை w மூட்டு C யில் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளதுடன் சட்டப்படலானது புள்ளி A யில் ஒப்பமாக பிணைக்கப்பட்டுள்ளது. BD, DA திசைகளில் முறையே B, D எனும் புள்ளிகளில் பிரயோகிக்கப்படும் விசை P யின் மூலம் சட்டப்படலானது AB, DC கிடையாக இருக்குமாறு நிலைக்குத்துத் தளமொன்றில் சமநிலையிலுள்ளது. P யின் பெறுமானத்தைக் காண்க. போவின் குறிப்பீட்டைப் பயன்படுத்தி தகைப்பு வரிப்படத்தை வரைந்து அதிலிருந்து கோல்களில் உள்ள தகைப்புகளை கண்டு அவை இழுவைகளா உதைப்புகளாக எனக் குறிப்பிடுக.

16. (i) a ஆரையுடைய அரைவட்ட வில் வடிவ மெல்லிய கம்பியொன்றின் திணிவு மையம் அதன் மையத்திலிருந்து $\frac{2a}{\pi}$ தூரத்திலிருக்குமெனக் காட்டுக.

(ii) h உயரமுடைய சீரான பொள் செவ்வட்டக் கூம்பின் திணிவு மையமானது கூம்பின் அடியின் மையத்திலிருந்து $\frac{h}{3}$ தூரத்தில் இருக்குமெனக் காட்டுக.

புறக்கணிக்கத்தக்க தடிப்பும், பரப்படர்த்தி ρ உம் உடைய திரவியத்தால் ஆக்கப்பட்ட பொள் செவ்வட்டக் கூம்பில் உச்சியிலிருந்து அகற்றப்பட்ட பின் மீதமுள்ள ஆரைகள் a, $2a$ யும், உயரம் $\frac{3a}{4}$ யும் உடைய பகுதியுடன், $2a$ ஆரை, $\frac{a}{2}$ உயரமுடைய அதே பரப்படர்த்தியால் ஆன திரவியத்தால் ஆக்கப்பட்ட பொள் உருளை வடிவப்பகுதியும், அடிப்பகுதியில் a ஆரையுடைய வட்டத்தட்டும் படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு இணைக்கப்பட்டு பாத்திரம் ஒன்று உருவாக்கப்படுகிறது.



அப்பாத்திரத்தின் உருளை வடிவப்பகுதியில் $4a\rho$ அலகடர்த்தியுடையதும் $\frac{a}{4}$ ஆரையுடையதுமான அரைவட்டக் கம்பியினால் கைப்பிடி ஒன்று பொருத்தப்படுகிறது. தொகுதியின் புவியீர்ப்பு மையமானது OC யை x அச்சாகவும் OD யை y அச்சாகவும் கொண்ட Oxy தளத்தில் $\left(\frac{5a}{11}, \frac{2a}{31\pi}(4\pi+1)\right)$ தூரத்தில் அமைந்திருக்குமெனக் காட்டுக.

$2a$ ஆரையுடைய உருளைவடிவ மேற்பகுதி விளிம்பில் மெல்லிய வளையமொன்று பொருத்தப்படுகின்றது. இப்போது ஒப்பமான முளையொன்றில் கைப்பிடியை தொங்கவிடும் போது OC கிடையாக அமைந்திருந்தால் வளையத்தின் அலகடர்த்தியைக் காண்க.

17. (a) ஒரு குறித்த விளையாட்டு வீரர் மைதான நிகழ்வில் இறுதிச்சுற்றுக்கு தெரிவாவதற்கு பல சுற்றுக்களில் தெரிவாக வேண்டி இருக்கும். முதல் சுற்றில் முதலாம், இரண்டாம், மூன்றாம் இடங்கள் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவுகள் முறையே $\frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}$ ஆகும். மேலும் முதல் சுற்றில் முதலாம் இரண்டாம் மூன்றாம் இடங்களில் ஏதாவது ஒன்றை பெற்றிருந்தாலும் அவர் இறுதிச்சுற்றுக்கு தெரிவாவதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{3}{5}$ ஆகும். முதல் சுற்றில் இம் மூன்று இடங்களை பெறாதவர் இறுதிச்சுற்றுக்கு தெரிவாவதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{1}{10}$ ஆகும்.
விளையாட்டு வீரர் இறுதிச்சுற்றுக்கு தெரிவாவதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

விளையாட்டு வீரர் இறுதி சுற்றுக்கு தெரிவாகியிருப்பதாக தரப்பட்டால் அவர் முதல் சுற்றில் முதல் மூன்று இடங்களை பெற்றிருந்து தெரிவாகி இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

(b) x_i, f_i என்பது i வகுப்பாயிடைகளைக் கொண்ட வகுப்பாக்கப்பட்ட பரம்பல் ஒன்றின் வகுப்புப்புள்ளி, மீடிறன் ஆகும். இப்பரம்பலின் இடை $\bar{x}$, நியமவிலகல் σ என்பன முறையே

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}, \ \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n} f_i}}$$ இனால் தரப்படுகிறது.

இப்பரம்பலுக்கு $y_i = ax_i + b$ எனும் உருமாற்றத்தை பாவித்து, புதிய பரம்பலின் இடை, நியமவிலகல் என்பன முறையே
$\bar{y} = a\bar{x} + b$, $\sigma_y = |a|\sigma$ என்பவற்றால் தரப்படுமெனக் காட்டுக. (இங்கு a, b என்பன மெய்மாறிலிகளாகும்)

ஒரு உணவக வளாகத்தின் உரிமையாளரின் வியாபாரத்தை விரிவுபடுத்த தேவையான முடிவுகளை எடுப்பதற்கு உதவுவதற்காக ஆய்வாளர் ஒருவர் குறித்த நாள் ஒன்றில் உணவு Z யை விரும்பிய முதல் 30 வாடிக்கையாளர்களிடமிருந்து தரவுகளை சேகரித்தார். இவ் வாடிக்கையாளர்களின் வயதும் அவர்கள் உணவு Z க்கு செய்த செலவுகளும் கீழே அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது.

வாடிக்கையாளர்களின் வயது (வருடங்கள்)	வாடிக்கையாளர்களின் எண்ணிக்கை (உணவு Z)
61–75	2
46–60	2
31–45	8
16–30	12
1–15	6

செலவு (ரூபாயில்)	வாடிக்கையாளர்களின் எண்ணிக்கை
6100–7500	2
4600–6000	2
3100–4500	8
1600–3000	12
1100–1500	6

மேற்குறித்த தரவுப் பரம்பலின் வாடிக்கையாளர்களின் வயதுகளுக்கான இடை, நியமவிலகல் என்பவற்றை காண்க. **அதிலிருந்து** உணவு Z இற்கான செலவீனங்களின் இடை அதற்கொத்த நியமவிலகல் என்பவற்றை உய்த்தறிக.

***